Деформация пространства — времени однородным гравитационным полем.

Принцип эквивалентности, искривление пространства—времени гравитационным полем — это набор эффектных выражений, с помощью которых охотно пускают пыль в глаза средне подготовленных читателей авторы многочисленных популярных изложений основ общей теории относительности. Надо сказать, что подобный стиль принят в популярном изложении любых современных физических теорий. Лично у меня он всегда вызывал изрядное недоумение. Да, я понимаю, силы гравитации и инерции эквивалентны, искривленное пространство—время, поднапрягши воображение, тоже как-то можно представить. Но как из этого следует закон всемирного тяготения? В упомянутой выше популярной литературе, тщательно избегают прямого ответа на этот вопрос. Объясняется это тем, что ОТО математически очень сложна (скажите, а какие из современных теорий математически очень просты?) поэтому нет возможности строго изложить ее основы читателю, не владеющему математическим аппаратом — тензорным исчислением. Ой ли!?

В данной статье я постараюсь показать, что это, вообще говоря, не совсем так. В настоящее время еще я не готов во всей полноте изложить представление теории тяготения Ньютона как частного предельного случая теории Эйнштейна. Но дать внятное объяснение того, как деформация пространства—времени может приводить к появлению силы, пожалуй, смогу. К чему и приступим.

1. Время в поле тяжести и инерции.

Существенное упрощение в понимание сути явления может быть внесено, как ни странно, с помощью квантовой теории. Рассмотрим квант света, испущенный вертикально вверх, с поверхности Земли. Согласно формуле Планка он обладает энергией

$$E = h\nu \tag{1}$$

Когда фотон окажется на высоте H, он будет обладать потенциальной энергией mgH. Тогда, по закону сохранения энергии, должна уменьшиться частота дебройлевской волны фотона:

$$h\nu_1 = h\nu_2 + mgH. \tag{2}$$

С другой стороны, согласно еще одному принципу эквивалентности, на этот раз, массы и энергии,

$$m = \frac{E}{c^2}, \tag{3}$$

где c — скорость света. Тогда, учитывая, что ν=1/T, имеем:

$$h\frac{dT}{T^2} = \frac{EgH}{c^2}, \tag{4}$$

где T — период дебройлевской волны фотона. Подставив (1) в правую часть (4), получим искомый результат:

$$\frac{dT}{T} = \frac{gH}{c^2}. \tag{5}$$

Проинтегрировав (5), получим:

$$T_2 = T_1 e^{\frac{gH}{c^2}}. \tag{6}$$

Разложим (6) в ряд, по степеням $\frac{gH}{c^2}$ ограничившись членами первого порядка. Тогда имеем:

$$T_2 = T_1(1 + \frac{gH}{c^2}). \qquad (7)$$

Заметим, что (7) можно получить и упрощенным «школьным» путем, заменив в (6) T на T_1. Заметим также, что эффект (7) чрезвычайно мал, поэтому гравитационное поле Земли может считаться слабым.

Легко прийти к выводу, что в гравитационном поле, в направлении его действия, должны также изменяться масштабы пространственной длины. Для этого достаточно подставить в (4) T=L/c, где L — длина волны фотона. Получаем

$$\frac{dL}{L} = \frac{gH}{c^2}, \qquad (8)$$

что после интегрирования дает

$$L_2 = L_1 e^{\frac{gH}{c^2}}. \qquad (9)$$

Заметим, однако, что данные соотношения масштабов и времени остаются точными лишь в пределах однородности поля.

Что означает полученный результат? По-правде говоря, ему можно дать две интерпретации.

Интерпретация первая. **Под действием гравитации происходит реальное уменьшение энергии фотона, а, следовательно, и его частоты и длины волны. Мир, при этом, остается псевдоевклидовым.**

Интерпретация вторая. **Гравитационное поле планеты реально деформирует мир, замедляя время и сокращая размеры тел. «Изменение» энергии фотона – лишь видимое проявление этого искажения: у поверхности земли частота и длина волны фотона уже изначально иные, чем на высоте H, и в процессе движения частицы они не меняются.**

В ОТО, по крайней мере, как понимаю я, выбирается именно вторая интерпретация. Собственно, здесь можно было бы изложить основную суть дела, но… должен существовать способ получить (6) и (9), не прибегая к представлениям квантовой теории. И вот тут-то начинаются проблемы!

2. Трудности сопоставления местного хода часов и длин в направлении поля. Парадоксы.

Для начала уясним, в чем, собственно говоря, состоит сам принцип эквивалентности (ПЭ). Он постулирует **эквивалентность локальных метрических соотношений в пространствах, где действуют силы гравитации и инерции**. Проще говоря, подобно замедлению хода часов в направлении силы тяжести, тот же эффект и в той же степени должен присутствовать и в поле инерции. Подобная идентичность должна иметь место также в отношении деформации пространственных масштабов, если она имеется в этих полях. Ясно, однако, что указанное сходство возможно лишь локально, так как гравитационное поле принципиально отлично от поля инерции: его невозможно устранить одновременно во всем пространстве выбором определенной системы отсчета.

Ну а теперь парадоксы.[1] Те, кто более-менее знаком с СТО могли бы предложить следующий мысленный эксперимент. Рассмотрим наблюдателя A, который движется равноускоренно в инерциальной системе отсчета и хочет установить влияние ускорения на скорость хода часов в собственной системе. Для этого он решил использовать синхронизированные часы инерциального наблюдателя B, послав от всех своих часов, в один и тот же момент времени, сигнал к его часам, и через минимальный интервал времени еще один, такой же сигнал (рис. 1). Но сигналы, являющиеся одновременными для A, не будут таковыми для B. Согласно парадоксу одновременности, более ранними будут сигналы, поступившие к часам расположенным в направлении его движения относительно A, то есть в любой паре часов наблюдателя B, первыми примут сигнал те, что находятся слева. Но чем раньше принят сигнал тем меньшей скоростью обладал наблюдатель A в момент его посыла, а, стало быть, тем меньше сказывался на соответствующих часах эффект релятивистского замедления времени. Следовательно, чем левее находятся часы наблюдателя A, тем быстрее они идут. А это находится в явном противоречии с принципом эквивалентности, поскольку сила инерции у наблюдателя B действует как раз справа налево.

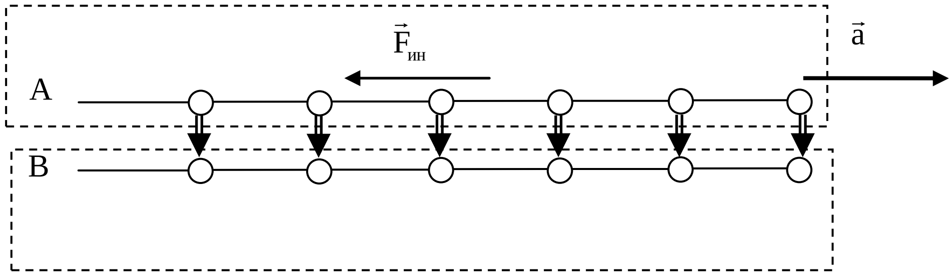

Рис. 1

Причина постигшей нас неудачи кроется в том, что сопоставление хода часов, выполнено наблюдателем B некорректно. Действительно, не все ли равно для A, что думает о ходе его часов B, если ему нужно определить разницу местного хода часов собственной системы отсчета? Легко, кстати, отзеркалить ситуацию и, рассмотрев относительное движение наблюдателя B, прийти к выводу о том, что, в свою очередь, его часы отстают друг от друга в направлении его ускорения относительно A. Но данный вывод также будет некорректным для B, поскольку A не является инерциальным и об относительном местном ходе собственных часов пока что абсолютно ничего не знает.

В поисках решения проблемы я перепробовал множество самых разнообразных вариантов. Например, я «ронял» часы наблюдателя A, и они, становясь инерциальными, пролетали между разными часами наблюдателя B. Можно показать, что в этом мысленном опыте легко прийти как к (7), так и к ее противоположности; все зависит от того, собственное, или несобственное время будут определять падающие часы. Но ни один результат не будет получен верно! По большому счету этот и другие, подобные ему опыты страдают одним и тем же дефектом: над всеми ими маячит зловещая тень наблюдателя B. С другой стороны, мы не можем полностью убрать наблюдателя B из рассмотрения, поскольку тогда различие между инерциальной и неинерциальной системой отсчета вообще потеряет смысл. Кажется, мы окончательно запутались.

[1] . Если неохота читать их можно пропустить и перейти сразу к следующему пункту.

3. Решение проблемы времени и длины без формулы Планка.

Разумный компромисс все же может быть достигнут следующим образом. Допустим, мир под воздействием поля тяжести действительно искривлен, причем, для достаточно малого объема это искривление эквивалентно действию поля инерции. Если мы возьмем еще меньший объем, то станет незаметным и само искривление. Стало быть, еще более локально этот мир псевдоевклидов. А значит, любому ускоренному наблюдателю в каждой его мировой точке можно сопоставить инерциального наблюдателя, скорость которого в этой точке равна нулю. И чем меньшую окрестность точки мы будем рассматривать, тем большим сходством будут обладать линии мировых координат этих наблюдателей.

На рис. 2 изображены мировые линии двух часов движущихся с одинаковым ускорением. В начальный момент времени им локально эквивалентна система (x; ct). По происшествии времени T_2, по часам 2, им же будет локально эквивалентна система $(x'; ct')$. А так как ось x' пересекает линию 1 в точке $1'$, то за это время по часам 1 прошел промежуток T_1, меньший T_2. Из рис. 2 видим, что разность хода часов составляет

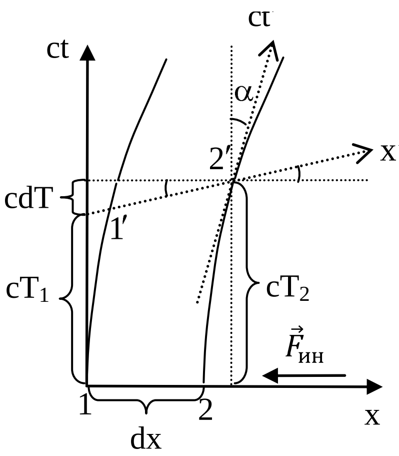

Рис. 2

$$dT = \frac{dx}{c}\alpha. \tag{10}$$

Но, как известно,

$$б = \frac{v}{c}. \tag{11}$$

Тогда учитывая, что

$$v = aT, \tag{12}$$

имеем

$$\frac{dT}{T} = \frac{a}{c^2}dx \tag{13}$$

а это и есть искомое соотношение, эквивалентное (5). Интегрируя (13), получаем

$$T_2 = T_1 e^{\frac{ax}{c^2}}, \tag{14}$$

что эквивалентно (6). В системе отсчета равноускоренного наблюдатель возникает сила инерции. Согласно принципу эквивалентности, она равнозначна силе тяжести:

$$-m\vec{a} = m\vec{g}. \tag{15}$$

В поле тяжести равноускоренные наблюдатели 1 и 2 в разных точках покоятся относительно земли, а инерциалы x и x' с разными скоростями пребывают в свободном падении.

Гравитационное замедление хода времени приводит к аналогичным сокращениям длин тел. Для этого используем мысленный опыт со световыми часами. Это линейка, на одном конце которой находится источник света и фотоприемник, а на другом обыкновенное зеркало. Источник посылает импульс, а приемник фиксирует время приема отраженного импульса — получаются часы. Возьмем пару таких, совершенно одинаковых часов, изготовленных на одной высоте, и разнесем по разным высотам. Согласно уже полученным результатам, часы, оказавшиеся ниже, должны замедлить свой ход. Но скорость света постоянна! Стало быть, такое замедление времени может означать только одно, линейка, оказавшаяся ниже сократила свою длину:

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{T_2}{T_1}. \tag{16}$$

Следовательно

$$L_2 = L_1 e^{\frac{ax}{c^2}}. \tag{17}$$

Полученные формулы деформации легко распространить и на центральное гравитационное поле. Для этого в дифференциальные соотношения времени и длины надо подставить зависимость ускорения от расстояния до центра:

$$\frac{dT}{T} = \gamma \frac{M}{c^2} \frac{dr}{r^2}. \tag{18}$$

$$\frac{dL}{L} = \gamma \frac{M}{c^2} \frac{dr}{r^2}. \tag{19}$$

Откуда, после интегрирования, имеем:

$$T_2 = T_1 \exp\left(-\gamma \frac{M}{c^2} (\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}) \right), \tag{14}$$

$$L_2 = L_1 \exp\left(-\gamma \frac{M}{c^2} (\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}) \right), \tag{14}$$

В частности, если вторые часы расположены в бесконечности, то получим деформацию пространственных и временных масштабов как функцию расстояния до звезды, относительно расположенных в недеформированном мире линеек и часов:

$$T(r) = \frac{T_\infty}{\exp\left(\gamma \frac{M}{c^2 r} \right)}, \tag{14}$$

$$L(r) = \frac{L_\infty}{\exp\left(\gamma \frac{M}{c^2 r} \right)}, \tag{14}$$

Итак, в гравитационном поле время замедляется, а линейка — сокращается. Следствием сокращения масштабов будет сжатие электронных орбит атома. Это, в свою очередь уменьшит энергию испускаемого им фотона, и, следовательно, время его излучения.

Решение проблемы двух масс, или, что дает нам ОТО?

Пройдя сквозь несколько парадоксов и проявив достаточную гибкость мышления, мы, кажется, разобрались каким образом посредством изменения хода времени и вертикальной длины в ОТО возникает однородное гравитационное поле. От него, очевидно, можно перейти и к неоднородному, первый простейший шаг — это просто подставить в (6) и (17) значение g, из закона всемирного тяготения Ньютона. Но что дает нам это кроме гимнастики ума? Ответить на поставленный вопрос можно, действуя в двух направлениях.

Во-первых, можно получить релятивистские поправки к закону тяготения Ньютона и попытаться проверить их экспериментально. Именно это успешно было сделано в опытах по определению смещения перигелия меркурия. Да что тут далеко ходить сами соотношения (6) и (17) при наличии достаточном точных приборов могут быть проверены экспериментально. Насколько мне известно, подобный опыт проведен с часами у подножия и вершины горы Монблан.

Второй путь можно осуществить, не выходя из дома, поскольку для него требуется примерно то же, что и до этого момента — умение думать. При всех прочих равных предпочтение следует отдать теории, обладающей большей разъясняющей силой. Дело в том, что ОТО по-своему решает одну застарелую физическую проблему, перед которой пасует теория Ньютона — это проблема равенства тяжелой и инертной массы. Именно благодаря равенству инертной массы тела его гравитационному заряду, ускорение тела в гравитационном поле от его массы не зависит вовсе. В теории Ньютона этот факт просто констатируется. Что же говорит Эйнштейн? Во-первых, что ускорение тела не зависит от массы и в поле инерции. Ну а во-вторых: **если различия между полем тяжести и полем инерции нельзя обнаружить, то его просто нет**. Собственно говоря, это и есть принцип эквивалентности. На первый взгляд он кажется просто иной формулировкой предыдущего утверждения, но это не так. В механике Ньютона эквивалентность полей тяжести и инерции не более чем случайное совпадение. К тому же, с точки зрения ОТО, оно не является полным, так как гравитационное поле Ньютона не предполагает деформации пространства—времени. Нет ее и в других теориях, признающих гравитационный заряд, например в релятивистской теории гравитации А. А. Логунова. Автор РТГ отмечает, что метрика мира остается у него псевдоевклидовой. Кроме того он полагает, что создав ОТО, Эйнштейн сам отошел от своих же представлений, сформулированных в СТО. Не имея в данный момент перед собой работ А. А. Логунова, я затрудняюсь наверняка судить о том, что он имел в виду. Но, на мой взгляд, Эйнштейн как раз абсолютно последователен. Действительно, если в формулировке принципа эквивалентности фразу «различия между полем тяжести и полем инерции» заменить на «эфирный ветер» то получится принцип относительности Эйнштейна — основной постулат специальной теории относительности. Здесь явно чувствуется один и тот же принцип — принцип лезвия Оккама. Известно, что на научные и философские взгляды Эйнштейна огромное влияние оказал Эрнст Мах. Принцип бритвы Оккама — по сути, позитивистский принцип. Сам Мах, по-видимому, руководствовался именно им, пытаясь объяснить происхождение инертной массы тела его гравитационным взаимодействием со звездами. Честно говоря, я не очень понимаю, Маха, а вот Эйнштейна понять очень даже возможно.

Итак, материя, к примеру, Земля, деформирует вокруг себя пространство и время. Находящееся в нем свободное тело, согласно принципу эквивалентности, будет двигаться так, чтобы в его собственной системе отсчета мир был локально псевдоевклидовым[2], то есть, с ускорением, компенсирующими деформацию мира окружающей его материей. Строго определенное ускорение — вот необходимое и достаточное условие локальной псевдоевклидовости собственной системы отсчета в гравитационном поле. Именно с этим ускорением будет двигаться в гравитационном поле, любое тело, независимо от его массы. Но на языке Ньютона это означает, что на каждое такое тело действует сила, пропорциональная его массе. С другой стороны Земля тоже подвержена воздействию этого тела, поэтому на нее также действует сила, пропорциональная массе Земли. А так как, по третьему закону Ньютона, силы взаимодействия обоих тел равны, то обе они должны быть пропорциональны произведению масс взаимодействующих тел.

Таким образом, факт совпадения гравитационной и инертной масс, в свете ОТО, перестает быть загадкой, он становится следствием свойства материи деформировать мир и третьего закона Ньютона. Одним свойством больше, но зато одним странным совпадением меньше. По сути дела, согласно ОТО, есть только одна — **инертная** масса. Решение прямо противоположное тому, что предлагал Мах. Но оно вполне в духе бритвы

---

[2] За исключением деформации мира самим телом, которая не может влиять на его движение, как целого.

Оккама. Вспоминая известный литературный аналог, можно сказать, что ученик оказался достойным своего учителя, превзойдя его в его же учении.