

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ОТ ДЛИНЫ ВОЛНЫ

Цель работы. Ознакомление с методикой измерения углов, при помощи гониометра. Определение зависимости показателя преломления стекла от длины волны видимого излучения спектра ртути.

Теоретическое введение

1. Элементарная теория дисперсии. Зависимость показателя преломления вещества от длины волны проходящего через него света называется *дисперсией*. Это явление хорошо известно на примере радуги и разложения белого света в спектр призмой. В данной работе мы ознакомимся с классической электронной теорией дисперсии и проверим ее качественные выводы экспериментально.

Рассмотрим упрощенную модель атома, в которой электрон представляет собой равномерно отрицательно заряженный шар, в центре которого находится положительное ядро. Это не столь уж далеко от истины, поскольку качественно соответствует выводам современной квантовой теории, согласно которой электрон, не имея траектории, «размазан» по атому, правда неравномерно. По теореме Гаусса, электронный шар создает внутри себя электрическое поле, напряженность которого пропорциональна расстоянию l от центра шара (см. соответствующий материал за 10 кл.).

$$E_{\text{эл}} = \frac{\rho l}{3\varepsilon_0}, \quad (1)$$

где ρ — плотность заряда шара. Поэтому, если сместить центра шара из ядра, то на последнее будет действовать квазиупругая сила, направленная противоположно смещению ядра l относительно шара:

$$F_{\text{кв}} = eE_{\text{эл}} = \kappa l, \quad (2)$$

где e — элементарный заряд, $\kappa = \frac{e\rho}{3\varepsilon_0}$ — коэффициент квазиупругой силы. Однако, по третьему закону Ньютона такая же сила должна действовать и на электрон-шар. А поскольку он значительно легче ядра, то электрон начнет совершать гармонические колебания вокруг ядра с частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{m}}, \quad (3)$$

где m — масса электрона.

Направим теперь на атом плоскую монохроматическую электромагнитную волну. В этом случае на электрон будет действовать также сила со стороны электрического поля волны¹

$$F_{\text{пв}} = eE = eE_0 \cos \omega t. \quad (4)$$

Тогда по второму закону Ньютона

$$ml'' = eE_0 \cos \omega t - m\omega_0^2 l. \quad (5)$$

Решение полученного дифференциального уравнения имеет вид

$$l = \frac{eE_0 \cos \omega t}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (6)$$

¹ Конечно, на электрон действует и магнитное поле волны. Однако индукция магнитного и напряженность электрического поля электромагнитной волны связаны друг с другом соотношением $B = E/c$, где c — скорость света в вакууме. Поэтому для нерелятивистских скоростей движения электрона действием магнитного поля можно пренебречь.

В этом можно убедиться путем прямой подстановки (6) в (5). Таким образом, в поле электромагнитной волны атом становится диполем, момент которого равен

$$p = el = \frac{e^2 E}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (7)$$

Другие электроны атома, разумеется, тоже могут начать колебаться и внести свой вклад в общий дипольный момент. Атомы-диполи создают в диэлектрике связанный электрический заряд, благодаря которому стекло обладает определенной диэлектрической проницаемостью. Из общих качественных соображений о ней можно сказать следующее.

- 1) Диэлектрическая проницаемость должна быть возрастающей функцией дипольного момента и концентрации диполей N , при нулевой концентрации обращаясь в 0.
- 2) Будучи характеристикой вещества, она не должна зависеть от напряженности внешнего поля.

Сформулированным условиям удовлетворяет соотношение

$$\varepsilon = 1 + \frac{Np}{\varepsilon_0 E} = 1 + \frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (8)$$

Естественно, (8) может быть получено и строго. Диэлектрическая проницаемость определяет показатель преломления n вещества. Действительно, коэффициент n показывает во сколько раз скорость света в веществе меньше скорости света в вакууме. При $\varepsilon=1$ $v=c$, а в металле, который можно считать диэлектриком с бесконечной проницаемостью, электрическое поле не проникает вовсе, следовательно $v=0$. Тогда можно ожидать, что показатель преломления вещества будет возрастающей функцией его диэлектрической проницаемости. Кроме того, как легко подсчитать,

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad (9)$$

что равно скорости света в вакууме (μ_0 — магнитная постоянная). Поэтому напрашивается предположение о том, что в среде волна распространяется со скоростью

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}}. \quad (10)$$

В диамагнитной среде, которой является стекло, магнитная проницаемость $\mu \approx 1$. Стало быть,

$$n^2 = \left(\frac{c}{v}\right)^2 = \varepsilon = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (11)$$

Таким образом, мы приходим к следующей зависимости показателя преломления среды от циклической частоты (а, стало быть, и длины волны) падающего на нее света:

$$n(\omega) = \sqrt{1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)}}. \quad (12)$$

Функция $n(\omega)$ ведет себя так же, как $n^2(\omega^2)$. Последняя, в свою очередь, монотонно возрастает везде за исключением точки $\omega = \omega_0$ (область резонанса), где она имеет разрыв. Окрестность точки ω_0 называют также областью аномальной дисперсии, и в ней классическая электронная

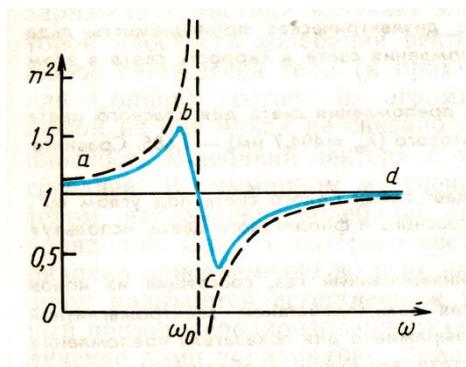


Рис. 1

теория неприменима. На рисунке 1 изображен примерный вид реальной зависимости $n^2(\omega)$ (сплошная кривая). Для стекла частота ω_0 находится за пределами видимой области света, и в настоящей работе мы будем исследовать часть области нормальной дисперсии, а именно — участок ab . Заметим, что в области cd , где дисперсия также является нормальной, показатель преломления $n < 1$. Стало быть, скорость света становится большей c . Это не противоречит теории относительности, поскольку известный постулат СТО гласит о *постоянстве* скорости света в вакууме, а не о ее

максимальности. Кроме того, здесь речь идет о скорости точки волны, обладающей постоянной фазой, в то время как принципиальным моментом является скорость передачи информации. Для этого, как известно, необходимо промодулировать электромагнитную волну, как говорят, создать волновой пакет. Можно показать, что скорость движения такого пакета никогда не превышает скорости света в вакууме.

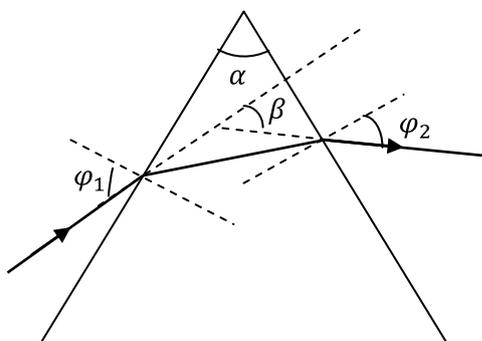


Рис. 2

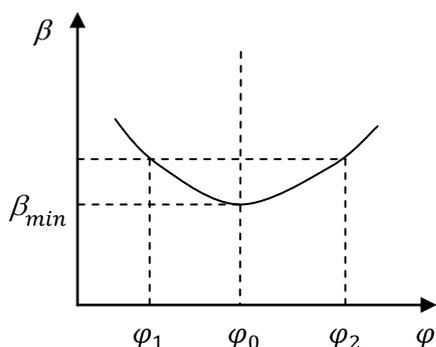


Рис. 3

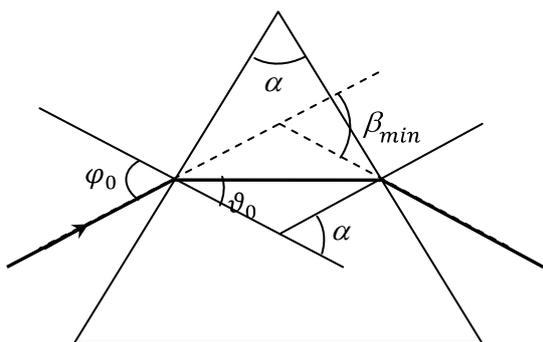


Рис. 4

2. Угол наименьшего отклонения призмы. Рассмотрим луч света, падающий под углом $\varphi = \varphi_1$ на поверхность призмы с показателем преломления n и преломляющим углом α . В результате преломления в призме луч выходит из нее под углом φ_2 , отклоняясь от первоначального направления на угол β (рис. 2). Если бы свет вошел в призму под углом φ_2 , то, в силу принципа обратимости, он вышел бы под углом φ_1 . Поэтому, зависимость $\beta(\varphi)$ должна быть симметричной относительно угла $\varphi = \varphi_0$, при котором ход луча также будет симметричным (рис. 3, 4). Тогда φ_0 должен быть точкой экстремума функции $\beta(\varphi)$. Можно строго доказать, что в точке φ_0 $\beta(\varphi)$ достигает своего наименьшего значения. Это довольно трудная задача, но решать ее нет необходимости. Дело в том, что в настоящей работе мы можем опытным путем убедиться в существовании единственного минимума функции $\beta(\varphi)$ (как это делается, будет сказано ниже). Стало быть, точка экстремума $\beta(\varphi)$ соответствует симметричному ходу луча через призму. Исходя из этого, можно определить ее показатель преломления. Как видно из рис. 4,

$$\alpha = 2\vartheta_0, \quad (13)$$

$$\beta_{min} = 2(\varphi_0 - \vartheta_0). \quad (14)$$

Отсюда

$$\vartheta_0 = \frac{\alpha}{2}, \quad (15)$$

$$\varphi_0 = \frac{\alpha + \beta_{min}}{2}. \quad (16)$$

Следовательно,

$$n = \frac{\sin \varphi_0}{\sin \vartheta_0} = \frac{\sin \frac{\alpha + \beta_{min}}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad (16)$$

Таким образом, измерив угол наименьшего отклонения луча, мы сможем определить показатели преломления призмы, для всех видимых линий спектра ртути. В нашей работе $\alpha = 60^\circ$. Поэтому

$$n = 2 \sin \left(30^\circ + \frac{\beta_{min}}{2} \right). \quad (18)$$

Методика выполнения работы

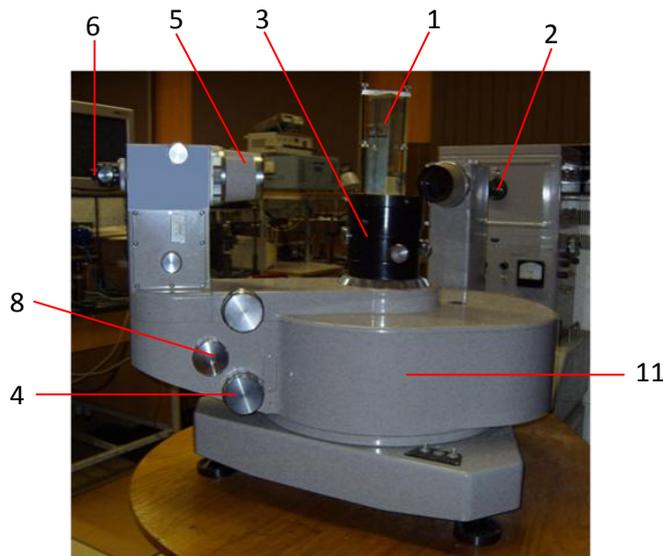


Рис. 5

1. Определение реперного угла гониометра и угла наименьшего отклонения.

Фотография экспериментальной установки представлена на рис 5. Ее основная часть — гониометр, прибор для измерения углов, с точностью до 2". Призма (1), через которую будем пропускать свет ртутной лампы (2), закреплена на столике (3). Чтобы найти угол наименьшего отклонения луча, нужно вращать призму со столиком, наблюдая за движением, видимых через нее линий спектра. При достижении угла наименьшего отклонения, линии останутся, после чего начнут двигаться обратно, при неизменном направлении вращения призмы. Момент остановки линий как раз и соответствует углу наименьшего отклонения луча призмой. Ввиду малого угла обзора зрительной трубы

(5), сначала следует выполнить предварительный поиск угла наименьшего отклонения невооруженным глазом и лишь затем уточнить его, рассматривая линии в окуляре трубы (6). На данной установке опытным путем измерен угол наименьшего отклонения зеленой линии. Для этого были выполнены измерения сначала угловой координаты зеленой линии затем белого света при снятой призме. Если данную операцию будут выполнять учащиеся, то в виду большого их количества возрастает опасность уронить призму и разбить ее на много-много маленьких осколков. Поэтому приведем результат измерений, выполненных преподавателем:

$$\beta_{min}^{зел} = 38^{\circ}49' \pm 1'. \quad (19)$$

$\beta_{min}^{зел}$ — это константа, а вот угловое положение зеленой линии $A^{зел}$ в разных экспериментах может быть различным. Такова особенность данной установки. Но зная и то, и другое, легко вычислить реперный угол гониометра:

$$A_{реп} = A^{зел} - \beta_{min}^{зел}. \quad (20)$$

Зная реперный угол гониометра, можно определить угол наименьшего отклонения для любой линии спектра ртути:

$$\beta_{min} = A - A_{реп} \quad (21)$$

2. Определение угловых координат линий спектра ртути. Отсчет производится при совмещении наблюдаемой линии с вертикальным штрихом сетки окуляра (6) (рис 6, выноска справа). Далее следует совместить верхние и нижние штрихи шкал лимба (рис 6, выноска слева). Сами шкалы рассматриваются в окуляре лимба (7) (рис 6). Обе шкалы снабжены двумя рядами цифр. На верхней шкале верхний ряд — градусы, нижний — десятки минут. У нижней шкалы расположение градусов и десятков минут обратное, так как она перевернута. На рис. 6 белой стрелкой отмечен также штришок над верхней шкалой (который в реальности виден заметно слабее) от него и производится отсчет угловой координаты линии. Ближайшее слева от него деление показывает число градусов и десятков минут. На рис. 6 мы имеем $40^{\circ} 0'$. Но это не окончательное значение угловой координаты! Дальше надо определить, на сколько интервалов и в каком направлении смещено деление нижней шкалы, значение которого отличается от только что записанного ровно

на 180° . В нашем примере смещение составляет один интервал влево. (Заметим, что соответствующее деление нижней шкалы даже не полностью видно в окуляр, но всегда можно определить, где оно должно находиться.) Таким образом, от $40^\circ 0'$ нужно отнять $5'$. Получим

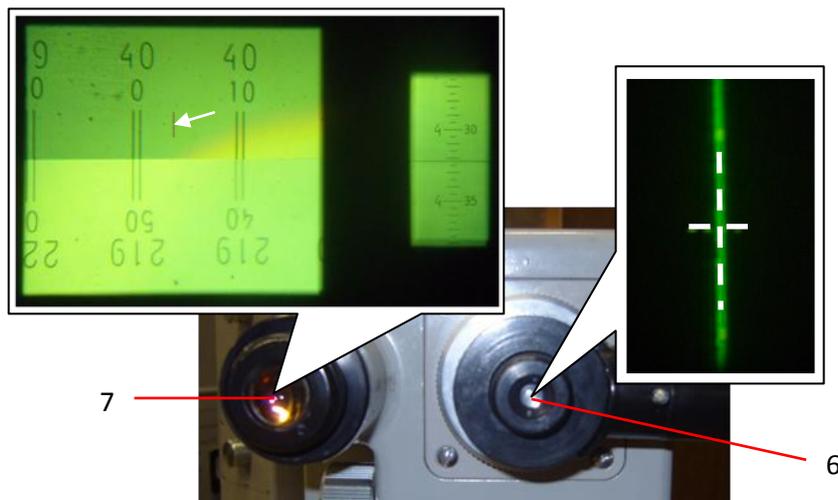


Рис. 6



Рис. 7

$39^\circ 55'$. И, наконец, надо прибавить показания правого окошка лимба, они составляют $4' 32''$. Таким образом, для ситуации, сфотографированной на рис. 6, имеем: $A^{\text{зел}} = 39^\circ 59' 32''$.

Порядок выполнения работы.

1. Попросите преподавателя включить ртутную лампу осветителя.
2. Отпустите внутренний винт (4) (освобождает алидаду 11) и медленно, не прилагая усилий, уведите алидаду вправо (вплоть до п. 6 она нам не нужна) и заверните винт обратно.
3. Отпустите стопорный винт столика с призмой (9) и поверните столик так, чтобы призма отклоняла свет ртутной лампы в направлении, показанном на рис. 2 (вид сверху). Отклоняющий угол призмы помечен карандашом на ее верхней кромке. Поворачивать столик следует руками, ухватив его основание (10). При этом необходимо увидеть линии спектра ртути невооруженным глазом, если это не получается, обратитесь за помощью к преподавателю.
4. В соответствии с п. 1 методики проведите приближенный поиск угла наименьшего отклонения спектра призмой. Заверните винт (9), тем самым застопорив столик.
6. Отпустите внутренний винт (4) и установите алидаду на пути спектра (двигать медленно!). Наблюдайте линии спектра через трубу (6) При отсутствии картинки или ее размытости обратитесь к преподавателю.
7. Зафиксируйте алидаду (внутренний винт (4)) в положении, при котором в центре картины окажется зеленая линия. Освободите столик, выполните точный поиск угла наименьшего отклонения и опять застопорите столик.
9. Снова освободите алидаду и наведите ее (приблизительно) на дублет желтых линий (должны оказаться в центре картинки). Закрепите алидаду и, вращая внешний винт (4), выполните тонкую подстройку, в результате которой вертикальная пунктирная линия светлого креста должна совместиться с правой линией дублета.
10. Глядя в окуляр (7) и двигая винт (8), совместите шкалы лимба (рис. 6). В соответствии с п. 2 методики произведите измерение угловой координаты A выбранной желтой линии. Данные измерения занесите в таблицу 1. Третий столбец таблицы 1 должен содержать градусную меру угла A вплоть до секунд! Никакие результаты с «приблизительно» найденными углами

подписываться не будут! Пожалуйста, уделите достаточно внимания изучению п.2 методики. В случае возникновения серьезных сомнений в правильности понимания изложенного в этом пункте обратитесь за помощью к преподавателю.

11. Повторите пп. 9 и 10 для остальных видимых линий спектра. Данные измерений занесите в таблицу 1. Для удобства представьте угол A в виде десятичной дроби.

12. Используя (19) и (20), рассчитайте реперный угол гониометра.

13. Используя (21), рассчитайте β_{min} для всех остальных линий спектра

14. По (18) определите $n(\lambda)$. Оцените погрешность σ_n и постройте график $n(\lambda)$.

15. Подготовьте заключение к работе.

Таблица 1.

Цвет	λ	$A^{\circ} ''$	A°	β_{min}°	$n(\lambda)$	σ_n
Желтый	579,07					
Желтый	578,07					
Зеленый	546,07					
Сине-зеленый	495,97					
Голубой	491,61					
Сине-фиолетовый	435,83					
Фиолетовый	404,68					