ПОТОК ВЕКТОРА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

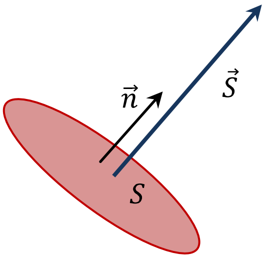

Рис. 1

Определение

Вектором площади плоской поверхности называется произведение площади этой поверхности и единичной нормали к поверхности

$$\vec{S} \stackrel{\text{def}}{=} \vec{n} S \qquad (1)$$

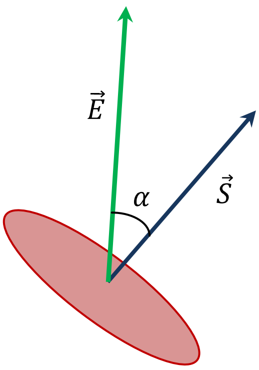

Рис. 1

Определение

Потоком однородного электрического поля через плоскую поверхность называется скалярное произведение векторов поля и площади этой поверхности

$$\Phi \stackrel{\text{def}}{=} \vec{E}\vec{S} \qquad (2)$$

Если поле не является однородным, а поверхность, которую оно пронизывает, не является плоской, то для определения потока поступают так же, как и при определении работы переменной силы, а именно

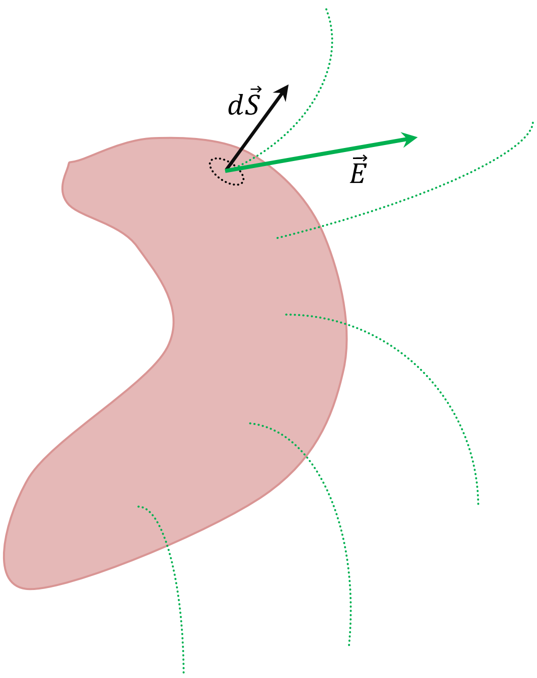

Рис. 2

1) Всю поверхность разбивают на элементы, то есть столь малые участки, что их можно считать плоскими, а пронизывающее их поле — однородным. На каждом таком участке определяют элементарный поток:

$$d\Phi \stackrel{\text{def}}{=} \vec{E} d\vec{S}. \qquad (2)$$

2) Определяют интегральный поток, равный сумме потоков через все элементы рассматриваемой поверхности:

$$\Phi \stackrel{\text{def}}{=} \int_S \vec{E} d\vec{S}. \qquad (3)$$

ТЕОРЕМА ГАУССА. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ДЛЯ ЗАРЯДА, РАСПОЛОЖЕННОГО В ЦЕНТРЕ СФЕРЫ

Теорема Гаусса

Поток электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен суммарному заряду, охватываемому данной поверхностью, деленному на электрическую постоянную:

$$\oint_{\forall S} \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum q_{\text{охв}}}{\varepsilon_0} \tag{4}$$

▼ (для заряда в центре сферы)

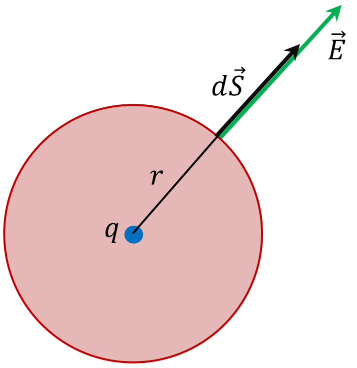

Рис. 3

Поскольку для любого элемента сферы и пронизывающего его поля $\vec{E} \parallel d\vec{S}$, то

$$\vec{E} d\vec{S} = E dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dS.$$

Стало быть

$$\Phi = \oint_{S_{\text{сферы}}} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dS$$

Учитывая что $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dS = const$, для всей сферы, имеем

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \oint_{S_{\text{сферы}}} dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} S_{\text{сферы}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

■