

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ТЕЛА В ПОЛЕ СИЛЫ УПРУГОСТИ.

Пусть небольшое тело (шарик) прикреплено к невесомой пружине, второй конец которой закреплен. Мы рассмотрим случай одномерного движения, хотя полученный результат можно и обобщить. Выберем нулевое положение в начале координат, которое, в свою очередь совместим с недеформированным положением подвижного конца пружины, к нему и прикреплено тело.

Согласно определению, потенциальной энергии

$$\Pi(x) = A_{x \rightarrow 0}^{F_{\text{упр}}}$$

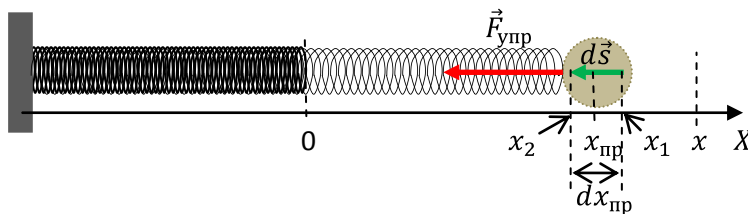
Но сила упругости переменна, поэтому для определения работы траекторию шарика разбиваем на малые участки и определяем элементарную работу

$$\delta A = \vec{F}_{\text{упр}} d\vec{s}$$

Скалярное произведение распишем в проекциях. Тогда

$$\delta A = -kx_{\text{пр}} dx_{\text{пр}}$$

Обратите внимание на то, что, хотя полное перемещение шарика направлено влево, в процессе



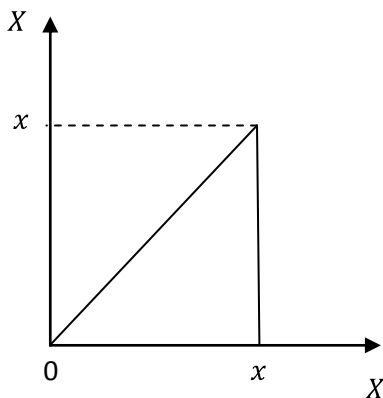
его движения, малые перемещения могут быть направлены и вправо. Однако в любом случае

$$x_2 - x_1 = dx_{\text{пр}}.$$

Находим теперь суммарную работу

$$A_{x \rightarrow 0}^{F_{\text{упр}}} = \int_x^0 -kx_{\text{пр}} dx_{\text{пр}} = -k \int_x^0 x_{\text{пр}} dx_{\text{пр}}$$

Интеграл находим графически, как это уже неоднократно делалось. Особенность его в том, что в нашем случае



$$\int_x^0 x_{\text{пр}} dx_{\text{пр}} = \frac{1}{2}(0 - x)x = -\frac{x^2}{2}$$

Знак «-» — следствие того, что шарик двигался в направлении начала координат. Если в процессе перемещения к нулевому положению шарик меняет направление движения, то неоднократно проходимые им участки будут пройдены нечетное число раз. Но при повторном прохождении любого элементарного участка работа силы упругости на нем становится равной нулю. Поэтому для определения работы на таком участке можно посчитать ее только при последнем, нечетном прохождении.

Таким образом, для потенциальной энергии тела в поле силы упругости окончательно имеем

$$\Pi(x) = k \frac{x^2}{2}.$$

Полученное соотношение также называют потенциальной энергией упруго деформированного тела, имеется в виду пружина. Этим подчеркивается, что данный вид потенциальной энергии возникает за счет взаимодействия друг с другом молекул, из которых состоит пружина.