СШИВАНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ ПОТЕНЦИАЛА В ЭЛЕКТРОСТАТИКЕ

Теорема.

Если проекция напряженности электрического поля на ось X, пересекающую границу двух областей испытывает конечный разрыв в точке границы, то зависимость потенциала от координаты X будет в этой точке непрерывной.

▲ Пусть нам дана такая область, на границе которой напряженность испытывает конечный разрыв. Это может быть граница двух диэлектрических сред, поверхность равномерно заряженного проводящего шара, сферы и т.д. В принципе, нас сейчас интересует не происхождение разрыва, а сам факт его наличия. Пример такого разрыва изображен на рис. 1.

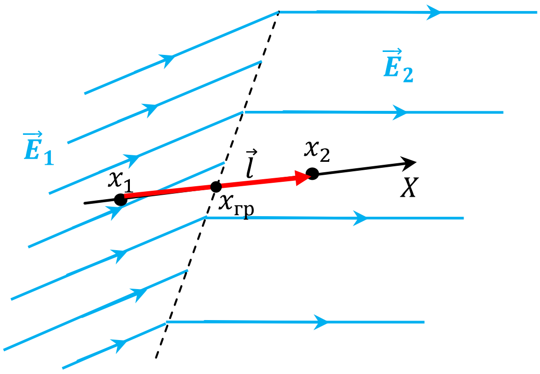

Рис. 1

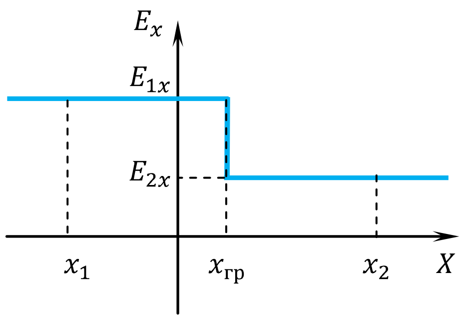

Рис. 2

Выберем произвольную ось X, пересекающую границу и переместим вдоль нее пробный заряд на вектор $\vec{l}$. Хотя напряженность и не определена в точке $x_{гр}$, модуль работы электрического поля должен удовлетворять неравенству

$$|A^{кул}_{x_1\to x_2}| \leq |q_{пр}El|,$$

где $E = max\{|E_{1x}|; |E_{2x}|\}$. С другой стороны

$$A^{кул}_{x_1\to x_2} = q_{пр}(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Поэтому

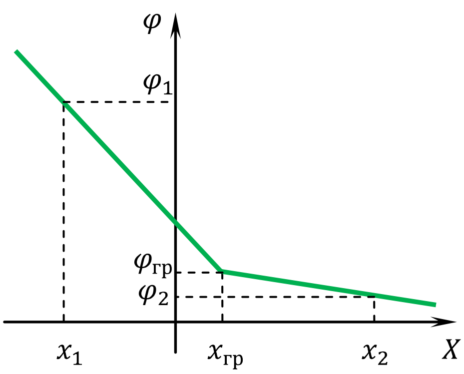

Рис. 3

$$|\varphi_1 - \varphi_2| \leq El$$

Однако

$$\lim_{x_1\to x_{гр}\leftarrow x_2} El = 0.$$

Следовательно

$$\lim_{x_1\to x_{гр}\leftarrow x_2} (\varphi_1 - \varphi_2) = 0.$$

Другими словами

$$\lim_{x_1 \to x_{\text{гр}}} \varphi_1(x) = \lim_{x_2 \to x_{\text{гр}}} \varphi_2(x) = \varphi_{\text{гр}},$$

что и требовалось доказать.

∎